

Probabilidades y Estadística (C)**Ejercicio 1**

Sea X una v.a. con función de densidad

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{3}{16}\sqrt{x}, & \text{si } x \in [0,4] \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Hallar su esperanza y su varianza.

Ejercicio 2

Un atleta compite en un campeonato de salto. La función de densidad de X : "altura alcanzada (en metros) de su salto" es

$$f(x) = \begin{cases} cx(3-x), & 0 \leq x \leq 3 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

- Calcule el valor de la constante c para que f sea efectivamente una función de densidad.
- Calcule la probabilidad de que salte más de 2m sabiendo que saltó más de 1.5m.
- Calcule el valor esperado y el desvío del salto.
- Su entrenador le prometió una suma de dinero Y que depende del salto de la siguiente forma: $Y_1 = 10X + \frac{1}{2}$.
¿Cuál es el dinero esperado que recibirá el atleta tras realizar el salto? ¿Y si $Y_2 = 18 - \frac{1}{X}$?

Ejercicio 3

Sea $Z \sim N(0,1)$. Calcular las siguientes probabilidades:

- $P(Z < 0.5)$
- $P(Z > 1.55)$
- $P(Z < -0.31)$
- $P(Z \leq 5)$

Hallar a tal que:

- $P(Z < a) = 0.975$
- $P(Z < a) = 0.1056$

Ejercicio 4

Sea $X \sim N(5,4)$. Calcular las siguientes probabilidades

- $P(X > 6)$
- $P(X < 3.5)$
- $P(|X - 5| \leq 0.3)$

Hallar a tal que

- $P(X < a) = 0.9772$
- $P(X > a) = 0.7257$
- $P(|X - 5| > a) = 0.2301$

Ejercicio 5

La medida en centímetros de la longitud de la cintura de los hombres en Buenos Aires sigue una distribución normal con media 75 y varianza 25. Se sabe que todos los hombres de menos de 70 cm de cintura usan cinturón talla 1, mientras que los de cintura entre 70 y 81 cm usan talla 2 y los restantes talla 3.

- Hallar la distribución del talla de cinturón de los hombres de Buenos Aires.
- ¿Cuál debería ser la longitud máxima de cintura del talla 1 si se quiere que el 30% de los hombres use talla 1?
- En una tienda un cliente acaba de comprar un cinturón de talla 2 para uso personal. Sabiendo esto, ¿cuál es la probabilidad de que su cintura mida más de 75 cm?
- Si en una tienda entran azarosamente hombres a comprar de a un cinturón, ¿cuál es la probabilidad de que el cuarto cinturón vendido sea el primero de talla 1?
- Suponga ahora que la longitud de la cintura de los hombres de Buenos Aires sigue una distribución $N(75, \sigma^2)$, ¿cuál debería ser el valor de σ para que al menos el 90% de los hombres de Bs. As. tenga una longitud de cintura que diste de su media en menos de 5 cm?